P 4

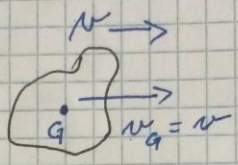
Cinética en el Plano de un Cuerpo Rígido

Trabajo y energía

Energía cinética:

Traslación

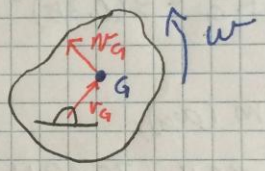
$$T = \frac{1}{2} m v_G^2$$



Rotación en torno a un eje fijo

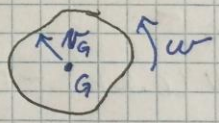
$$T = \frac{1}{2} m v_G^2 + \frac{1}{2} I_G \omega^2$$

$$T = \frac{1}{2} I_O \omega^2$$



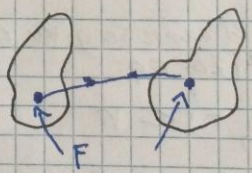
Movimiento en plano general

$$T = \frac{1}{2} m v_G^2 + \frac{1}{2} I_G \omega^2$$



Trabajo de una fuerza variable

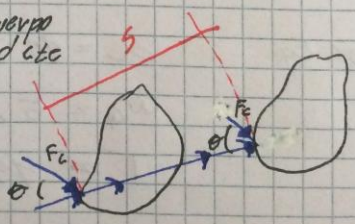
$$U_F = \int_s F \cos\theta \, ds$$



Trabajo de una fuerza constante

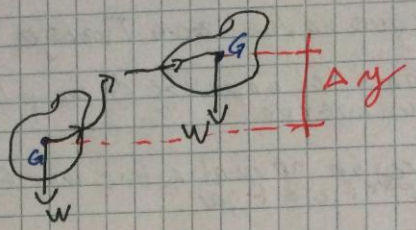
Si una fuerza F_c que actúa sobre un cuerpo rígido y mantiene una magnitud cte F_c y una dirección θ cte

$$U_{F_c} = (F_c \cos\theta) s$$



Trabajo de un Peso

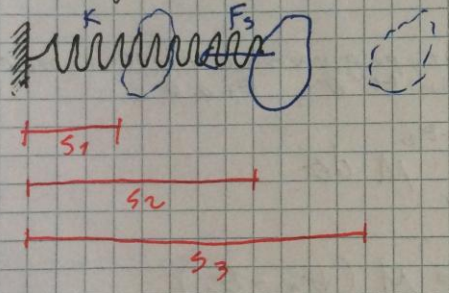
$$U_w = -w\Delta y$$



El peso de un cuerpo realiza un trabajo sólo cuando el centro de masa G del cuerpo sufre un desplazamiento vert. si el desplazamiento es hacia arriba, el trabajo es negativo

Puesto que el peso y el desplazamiento tienen direcciones opuestas, si el desplazamiento es hacia abajo ($-\Delta y$) el trabajo es positivo

Trabajo de la fuerza de un resorte



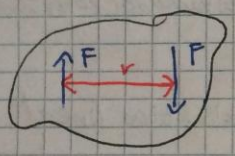
Posición no estirada del resorte $s = 0$

Si un resorte elástico lineal está unido a un cuerpo, la fuerza sobre el cuerpo del resorte $F_s = ks$ que actúa sobre el cuerpo trabaja cuando el resorte se estira o comprime de s_1 a s_2, en ambos casos, el trabajo es negativo ya que el desplazamiento del cuerpo siempre será en dirección opuesta a la fuerza.

Fuerzas que no realizan Trabajo

- Reacciones del soporte de un plano en torno del cual gira un cuerpo.
- La reacción normal sobre un cuerpo que se mueve en una superficie fija
- El peso de un cuerpo cuando su centro de gravedad se mueve en un plano horizontal
- Una fuerza de resistencia a la rodadura F, que actúa sobre un cuerpo mientras gira sin deslizarse sobre una superficie áspera

El trabajo de un Par



Cuando el cuerpo gira en el plano recorriendo un ángulo finito θ, θ_1 a θ_2

$$U_m = \int_{\theta_1}^{\theta_2} M \, d\theta$$

Si en momento par M tiene magnitud cte $\quad U_m = M(\theta_2 - \theta_1)$

El Trabajo es positivo suponiendo que M y $(\theta_2 - \theta_1)$ están en la misma dirección

Principio del trabajo y la energía

$$\boxed{T_1 + \Sigma U_{1-2} = T_2}$$

Ej) La rueda pesa 40 lb y radio de giro de 0.6 pies en torno a G. Si está sujeta a un momento en ↻ 15 lb·pie y $v_0 = 0$ sin deslizarse, determine ω después que el centro G recorre 0.5 pies. Resorte nueva rigidez de K = 10 lb/pie y al inicio no está estirado cuando se aplica el momento.

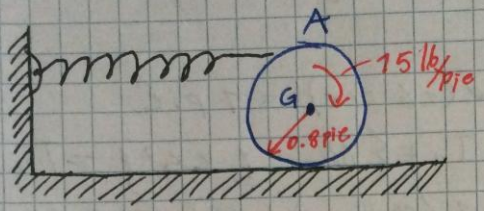
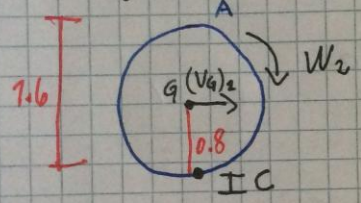
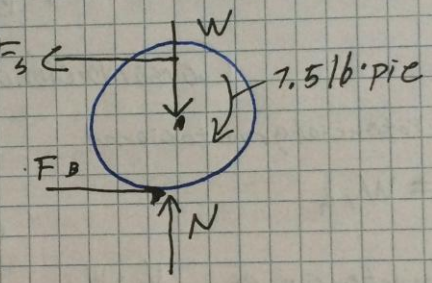


Diagrama cinemático



DCL



Energía cinética

$T_1 = 0$, reposo

$(V_G)_2 = 0.8\,\omega_2$

$$T_2 = \frac{1}{2} m (V_G)_2^2 + \frac{1}{2} I_G (\omega_2)^2$$

$$T_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{40\,lb}{32.2\,\frac{pie}{s^2}}\right)\left((0.8\,pie)\omega_2\right)^2 + \frac{1}{2}\left[\frac{40}{32.2}(0.6\,pies)^2\right]\omega_2^2$$

$$T_2 = 0.621\,\omega_2^2$$

Trabajo:

Resorte $U_s = -\frac{1}{2} k s^2$

como la rueda no se desliza cuando G recorre 0.5 pie $\theta = \frac{s_G}{r_{G/IC}} = \frac{0.5}{0.8} = 0.625$ rad

El resorte se estira

$s_1 = \theta\, r_{A/IC} = 0.625$ rad $(1.6$ pie$) = 1$ pie

$T_1 + \Sigma U_{1-2} = T_2 \Rightarrow T_1 + \{M_0 - \frac{1}{2} k s^2\} = T_2$

$0 + \{(15$ lb·pie$)(0.625$ rad$) - \frac{1}{2}(10$ lb·pie$)(1)^2\} = 0.621 w_2^2$

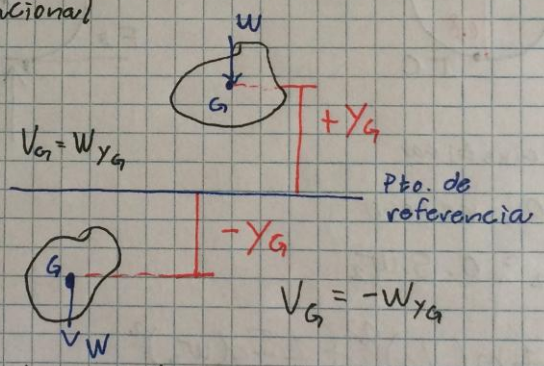
despejando $w_2 = 2.65$ rad/seg ↻

Conservación de la Energía

Energía potencial gravitacional

$V_g = W y_G$

La energía potencial es positiva cuando y_G es, ya que el cuerpo tiene la capacidad de realizar trabajo positivo cuando regresa al punto de Ref.

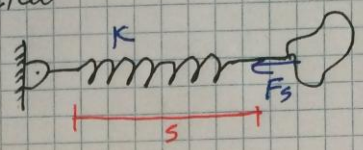


Si el cuerpo se obica debajo del punto de referencia ($-y_G$) la energía potencial es negativa, ya que el peso realiza un trabajo negativo cuando el cuerpo regresa al punto de referencia.

P42
Cap 18

Energía Potencial Elástica

$$V_e = +\frac{1}{2} K s^2$$



Posición no estirada del resorte $s = 0$

En la posición deformada, la fuerza del resorte que actúa sobre el cuerpo tiene la capacidad de realizar un trabajo positivo cuando dicho resorte regresa a su posición original no deformada.

Conservación de la Energía

Si un cuerpo está sujeto a las fuerzas gravitacional y elástica, la energía potencial total se expresa como una función potencial "V", representada en la suma algebraica

$$V = V_g + V_e$$

La medición de V depende de la ubicación del cuerpo con respecto al punto de referencia elegido.
Dado el trabajo de las fuerzas conservativas puede expresarse como una diferencia en sus energías potenciales

$$(\Sigma U_{1-2})_{cons} = V_1 - V_2$$

Es posible escribir el principio del trabajo y la energía para un cuerpo rígido:

$$T_1 + V_1 + (\Sigma U_{1-2})_{cons} = T_2 + V_2$$

En este caso $(\Sigma U_{1-2})_{cons}$ representa el trabajo de las fuerzas no conservativas, como la fricción que actúan sobre el cuerpo. Si este término es cero:

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$$

Esta es la ecuación de la energía mecánica para el cuerpo. Establece que la suma de las energía y potencial y cinética del cuerpo permanece cte cuando se desplaza de una posición a otra.
Energía potencial total se expresa como una función potencial V, representada:

$$V = V_g + V_e$$

La medición de V depende de la ubicación del cuerpo con respecto al punto de referencia elegido.